

低 Q 谐振腔混合模场匹配分析

罗 勇, 李宏福, 赵 青

(电子科技大学高能电子学研究所, 四川成都 610054)

摘要: 对突变两侧加载损耗介质的场匹配进行了解析分析, 导出加载损耗介质圆柱波导半径突变两侧场展开系数的复线性方程组. 数值求解该方程组, 得到入射波在突变两侧产生的反射波及其它模式的场, 研究加载损耗介质的突变低 Q 圆柱谐振腔. 本文的理论分析及数值计算直接应用于回旋速调放大器高频系统设计和分析.

关键词: 损耗介质; 混合模; 突变结构; 谐振腔; 回旋速调放大器; 高功率毫米波

中图分类号: TN129 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 09-1532-04

Field Matching Analysis of Hybrid Modes for Low Q Cavities

LUO Yong, LI Hongfu, ZHAO Qing

(Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: The theoretical analysis of abrupt structure loaded with lossy material on both sides has been described. Dispersion equations of waveguides and field matching equations of hybrid modes (HEM) for abrupt structures with absorber are derived. Further, numerical solution of the equations has been used to analyze the field of different modes in each region and study the properties of waveguides and abrupt cavities loaded with lossy material. The theoretical analysis and calculation code are used to design and study the low Q cavities for gyrokystrons.

Key words: lossy material; hybrid mode; abrupt structure; resonant cavity; gyrokystron amplifier; high power millimeter waves

1 引言

高功率毫米波因波束窄、能量密度高、抗干扰能力强、分辨本领高等优点在定向能武器研究、高能毫米波雷达、电子对抗、精确制导、毫米波通讯、太空垃圾清扫、受控热核聚变等离子体加热、材料处理等军事民用领域有着重要的应用前景^[1,2]. 回旋速调放大器能在毫米波段产生高峰值功率, 高平均功率, 且具有一定的带宽, 是国际研究的重点和热点之一^[3-7]. 回旋速调管放大器的高频系统由多个突变结构的圆柱谐振腔和漂移段组成, 其中谐振腔完成回旋电子注的速度调制及注波相互作用, 漂移段是电子注角向群聚和顺利通过的通道. 为了消除各腔高频场相互耦合, 漂移段对工作模式截止. 在没有加载损耗介质的情况下, 谐振腔 Q 值很高, 工作频带窄, 易发生寄生振荡. 解决寄生振荡是回旋速调管放大器研究的重要课题, 因而在回旋速调管放大器的设计中, 需要根据工作模式及寄生模式场特点, 在谐振腔和漂移段中加载适当的损耗介质, 降低 Q 值, 增加带宽, 抑制寄生模式^[8-10]. 圆柱波导加载损耗介质层后, 传播的电磁波模式将发生改变, 只有角向指标 $m=0$ 的电波和磁波才能独立传播, $m \neq 0$ 时电波和磁波只能以一定比例共同存在, 构成混合模 (HEM 模). 对单侧加载损耗介质的突变结构作者已进行了分析, 本文对两侧加载损耗介质的突变结构进行解析分析和数值计算, 进一步完成对回旋速调管放大器低 Q 谐振腔的设计分析.

2 理论分析

突变结构场匹配分析是利用模式函数的正交性将突变两边的场分别用两个区的模式函数展开, 由突变处横向电场及横向磁场的连续性, 导出突变两侧展开系数满足的方程组, 求解该方程组确定展开系数, 从而得到突变两边的场^[11-13]. 在分析突变结构前, 先求解加载损耗介质波导的特征方程及模式函数, 分析其传播特性.

2.1 加载损耗层波导的特征方程和混合模式函数

加载损耗介质层的波导如图 1 所示. 损耗介质的复介电常数 $\tilde{\epsilon}_2 = \epsilon_2 (1 - j \tan \delta)$, $\tan \delta$ 即损耗角正切.

由 \tilde{N} , $\tilde{0}$ 区各横向电场和横向磁场在边界条件连续得:

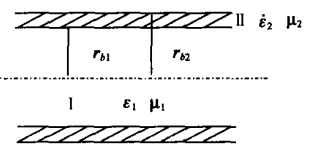


图 1 加载损耗层的波导结构

$$\begin{cases} A_1 x^2 J_m(x) - A_2 y^2 F_m(y) = 0 \\ A_1 C_m J_m(x) - A_2 C_m F_m(y) + j C_1 X_{10} J_m(x) - j C_2 X_{10} G_m(y) = 0 \\ C_1 x^2 J_m(x) - C_2 y^2 G_m(y) = 0 \\ j A_1 X E_0 E_{1x} J_m(x) - j A_2 X E_0 E_{2y} F_m(y) + C_1 C_m J_m(x) - C_2 C_m G_m(y) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中: $k_{c1}^2 = k^2 E_1 + C^2$, $k_{c2}^2 = k^2 \hat{E}_{r2} + C^2$, $x^2 = (k_{c1} r_{b1})^2 = (k^2 E_1 + C^2) r_{b1}^2$, $y^2 = (k_{c2} r_{b1})^2 = (k^2 \hat{E}_{r2} + C^2) r_{b1}^2$

$$F_m(k_{c2}r) = J_m(k_{c2}r) - \frac{J_m(k_{c2}r_{b2})}{Y_m(k_{c2}r_{b2})} Y_m(k_{c2}r),$$

$$G_m(k_{c2}r) = J_m(k_{c2}r) - \frac{J_{c_m}(k_{c2}r_{b2})}{Y_m(k_{c2}r_{b2})} Y_m(k_{c2}r)$$

A_1, A_2, C_1, C_2 分别为 $\hat{N}, \hat{0}$ 区纵向电场和纵向磁场幅值, J_m, Y_m 为 m 阶第一类和第二类复宗量贝塞尔函数. 在加载损耗介质波导中传播常数 C, K_{c1}, K_{c2} 均为复数.

式(1)有非零解其系数行列式必等于零, 得关于隐含 C 的特征值方程或色散方程:

$$[yJ_c(x)G_m(y) - xJ_m(x)G_m(y)] \# \left[\frac{E_{r1}}{\hat{E}_{r2}} yJ_c(x)F_m(y) - xJ_m(x)F_c(y) \right] + \frac{(G_m)^2(y^2 - x^2)J_m^2(x)F_m(y)G_m(y)}{\hat{E}_{r2}x^2y^2k^2} = 0 \quad (2)$$

上式为含复宗量贝塞尔函数的超越方程, 一般只能进行数值求解. 式(2)有一系列的特征根 C_{mm} , 对应系列的传播模式, 将特征根 C_{mm} 代入式(1), 得到场幅值 A_1, A_2, C_1, C_2 , 由此得到加载损耗介质层波导横向电场的模式函数:

$$\begin{cases} e_{mq1}(r, U) = \frac{E_{r1} + E_{U1}}{Q_1(E_{r1}, E_{r1}^* + E_{U1}, E_{U1}^*) ds + Q_2(E_{r2}, E_{r2}^* + E_{U2}, E_{U2}^*) ds}, & 0 < r < r_{b1} \\ e_{mq2}(r, U) = \frac{E_{r2} + E_{U2}}{Q_1(E_{r1}, E_{r1}^* + E_{U1}, E_{U1}^*) ds + Q_2(E_{r2}, E_{r2}^* + E_{U2}, E_{U2}^*) ds}, & r_{b1} < r < r_{b2} \end{cases} \quad (3)$$

$E_{r1}, E_{U1}, E_{r2}, E_{U2}$ 分别是 $\hat{N}, \hat{0}$ 区混合模式的总径向电场分量和总角向电场分量.

2.1.2 突变两侧加载损耗介质的场匹配

突变两侧均有损耗介质结构如图 2, 阴影部分为加载的损耗介质. 对于角向指标 $m=0$, 电波和磁波可以独立传播的情况比较简单, 这里对 $m \times 0$ 的情况进行分析. 在突变两侧, 电波和磁波不能单独存在, 只存在混合模, 因而两边的场都只能用混合模式函数展开.

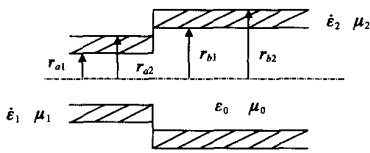


图 2 两侧均有损耗介质的突变结构

设从突变左侧向 $+z$ 方向入射的混合波记为 HEM_{mn} , 幅值为 A_{m1} , 从突变右侧向方向入射的混合波为 HEM_{mnc} , 幅值为 B_{mnc2} . 入射波除产生相同模式的反射波外, 还将在突变两侧产生系列角向下标 m 相同, 径向下标不同的混合模.

在 $zF 0$ 区, 横向电场有:

$$E_i^-(r, U, z) = A_{m1} e_{mn}(r, U) e^{-C_{m1}z} + \sum_{p=1}^1 A_{mp} e_{mp}(r, U) e^{C_{m1}z}, \quad p \times X \times n \quad (4)$$

在 $zE 0$ 区, 横向电场有:

$$E_i^+(r, U, z) = B_{mnc2} e_{mnc}(r, U) e^{-C_{mnc}z} + \sum_{q=1}^1 B_{mq} e_{mq}(r, U) e^{C_{mq}z}, \quad q \times X \times nc \quad (5)$$

其中: $e(r, U), e_{mn}(r, U)$ 分别为突变左右侧的混合模式函数, A_{mp}, B_{mq} 分别是入射波在突变左右两侧产生的系列其它模式的幅值.

利用 $e_{mp}(r, U)$ 及 $e_{mq}(r, U)$ 正交归一性, 记 $E_t(r, U, 0)$ 为 $E_t(r, U)$, 由式(4), (5) 可得:

$$\begin{cases} A_{m1} + A_{mnc} = Q_{a2} E_i^-(r, U) \# e_{mn}^*(r, U) ds \\ A_{mp} = Q_{a2} E_i^-(r, U) \# e_{mp}^*(r, U) ds, & p \times X \times n \\ B_{mnc2} + B_{mnc} = Q_{b2} E_i^+(r, U) \# e_{mnc}^*(r, U) ds \\ B_{mq} = Q_{b2} E_i^+(r, U) \# e_{mq}^*(r, U) ds, & q \times X \times nc \end{cases} \quad (6)$$

在突变处, 横向电场 $E_t(r, U)$ 用 $zF 0$ 区有限个混合模式来展开:

$$E_t(r, U) = E_i^+(r, U) = E_i^-(r, U) U \sum_{i=1}^N a_i e_m(r, U) \quad (7)$$

由 $H_t(r, U)$ 连续性, 设 $i_z @ H_{mp1} = -Y_{mp} E_{mp1}$ (正向波), $i_z @ H_{mp1} = Y_{mp} E_{mp1}$ (反向波) 得:

$$-A_{m1} Y_{mn}(r) e_{mn}(r, U) + \sum_{p=1}^1 A_{mp} Y_{mp}(r) e_{mp}(r, U) = B_{mnc2} Y_{mnc}(r) e_{mnc}(r, U) - \sum_{q=1}^1 B_{mq} Y_{mq}(r) e_{mq}(r, U) \quad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} Y_{mp1}(r) = -\frac{H_{r1}}{E_{U1}} \\ = \frac{jX_{E0} E_{r1} A_1 \frac{m}{r} (k_{c1}r) + C_{mp} k_{c1} c_1 J_c(m, k_{c1}r)}{C_{mp} \frac{m}{r} A_1 J_m(k_{c1}r) + jX_{ikc1} c_1 J_c(m, k_{c1}r)} = \frac{H_{U1}}{E_{r1}}, & 0 < r < r_{b1} \\ Y_{mp2}(r) = -\frac{H_{r2}}{E_{U2}} \\ = \frac{jX_{E0} \hat{E}_{r2} A_2 \frac{m}{r} F_m(k_{c2}r) + C_{mp} k_{c2} c_2 G_m(k_{c2}r)}{C_{mp} \frac{m}{r} A_2 F_m(k_{c2}r) + jX_{ikc2} c_2 G_m(k_{c2}r)} = \frac{H_{U2}}{E_{r2}}, & r_{b1} < r < r_{b2} \end{cases}$$

用 $e_{mn}^*(r, U)$ 点乘(8)两端, 并在 sr_{a2} 上积分化简得:

$$2(A_{m1} S_{nv} + B_{mnc2} T_{ncv}) = \sum_{i=1}^N a_i (S_{nv} + \sum_{q=1}^1 E_{iq} T_{qv}) \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} E_{iq} &= Q_{a2} e_{mi}(r, U) \# e_{iq}^*(r, U) ds \\ S_{iv} &= Q_{a2} Y_{mi}(r) e_{mi}(r, U) \# e_{iv}^*(r, U) ds \\ &= Q_{a2} \frac{jX_{E0} p_1 \frac{m}{r} J_m(K_{c1}r) + C_{m1} k_{c1} q_1 J_c(K_{c1}r)}{C_{m1} \frac{m}{r} p_1 J_m(K_{c1}r) + jX_{ikc1} q_1 J_c(K_{c1}r)} \end{aligned}$$

$$\# e_{m1}(r, U) \# e_{m2}^*(r, U) ds$$

$$T_q = \int_{a2} X_{mq}(r) e_{mq}(r, U) \# e_{m2}^*(r, U) ds$$

$$= \int_{a2} \frac{jX_{E0} \rho_{c1} \frac{m}{r} J_m(K_{c1}r) + C_{cm} K_{c1} c_{q1} J_{cm}(K_{c1}r)}{C_{cm} \frac{m}{r} \rho_{c1} J_m(K_{c1}r) + jX_{Lm} K_{c1} c_{q1} J_{cm}(K_{c1}r)}$$

$$\# e_{mq}(r, U) \# e_{m2}^*(r, U) ds$$

式(9)是以 A_i 为待定系数的 N 个复线性方程组, N 为突变处横向电场展开所选混合模个数, N 的选取原则是在要求的精度内满足能量守恒. 解此方程组可得到突变处横向电场, 利用式(8)得到突变处入射波的反射系数及其它模式幅值关系.

2.1.3 突变结构低 Q 谐振腔

突变两侧加载损耗层的低 Q 谐振腔如图 3. 数值计算表明, 腔内的损耗介质极大地削弱了高阶寄生模式, 低阶寄生模式除被腔内的损耗介

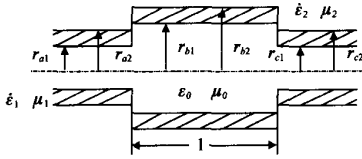


图 3 突变结构谐振腔

质衰减外, 同时部分透过腔两端被损耗介质吸收, 因而腔内起决定性作用的是工作模式的驻波场. 对谐振腔两端的突变结构分别求解展开系数复线性方程组, 进而解得展开系数及工作模式在腔两端的反射相移 H_1, H_2 . 由前面的分析和谐振条件即可进行谐振腔结构尺寸设计和优化.

解析分析表明腔内工作模式驻波场沿 z 轴呈准正弦分布:

$$E = E_0 \sin \left[\frac{z}{L} \left(\frac{H_1 + H_2}{2} \right) + \frac{P - H_1}{2} \right] \quad (10)$$

Q 值是低 Q 谐振腔设计的关键参数, 谐振腔 Q 值定义:

$$Q = \frac{XW}{P_L} \quad (11)$$

X 是角频率, W 是腔内储能, P_L 为总损耗功率, 数值积分即可得到 W, P_L . P_L 包括介质损耗功率 P_{lm} 及腔壁铜损, 壁损耗很少, 谐振腔的 Q 值主要决定于介质损耗. 因而加载有耗介质增加腔体损耗, 是实现低 Q 谐振腔的有效手段.

3 数值计算

加载损耗介质突变结构的解析分析为低 Q 谐振腔设计提供了理论及数值计算基础, 作者开发了加载损耗介质突变腔高频分析计算程序, 该程序适用于 $m=0$ 的电波及磁波和 $m \times 0$ 的混合模的分析计算. 用该程序对工作模式为 H_{01} 多腔回旋速调管进行设计和数值计算, 不仅研究加载损耗介质对腔 H_{01} 的谐振频率, Q 值, 场分布的影响, 而且对腔内可能存在的寄生模式(主要寄生模式是 $E_{H_{21}}$ 和 $E_{H_{31}}$) 进行计算分析, 优化腔体结构尺寸和损耗介质分布, 抑制寄生模式, 确保回旋速调管放大器稳定工作. 下面是一些计算结果:

图 4 是加载波导中 $H_{01}, E_{01}, E_{H_{21}}, E_{H_{31}}$ 模式的色散曲线, 在无损耗波导中无论是电波和磁波还是混合模都有确定的截止频率. 加载损耗介质层后, 没有截止频率, 在原截止频率以下,

传播常数不为 0, 但其值极小.

图 5 是加载波导中 $H_{01}, E_{01}, E_{H_{21}}, E_{H_{31}}$ 的衰减常数与频率的关系, $E_{01}, E_{H_{21}}, E_{H_{31}}$ 的衰减常数在截止频率附近随频率的升高迅速下降, 达到最小值后又随频率升高逐渐上升. H_{01} 的衰减常数随频率升高一直保持下降趋势, 因而加载损耗介质在高频率段对工作模式 H_{01} 更有利, 使寄生模式得到极大地抑制.

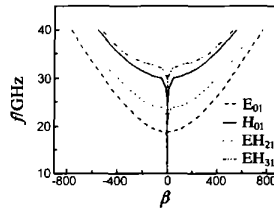


图 4 加载波导的色散曲线

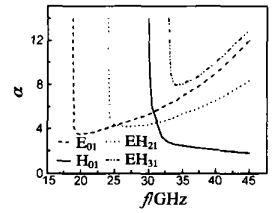


图 5 衰减常数 A 随频率的变化曲线

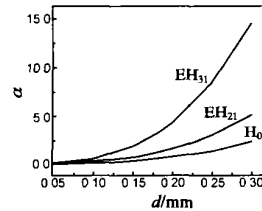


图 6 衰减常数 A 与损耗层厚度关系

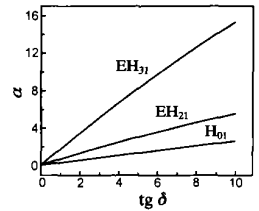


图 7 衰减常数 A 与损耗角正切关系

图 6, 图 7 表明衰减常数随损耗层厚度的增加而迅速增加, 与损耗角正切呈近似线性关系. 波导中加载损耗介质, 使模式 $E_{H_{21}}, E_{H_{31}}$ 的传播损耗远大于工作模式 H_{01} 的损耗. 这有利于抑制回旋速调管主要的寄生模式 $E_{H_{21}}$ 和 $E_{H_{31}}$ 振荡, 在谐振腔内建立起稳定的工作模式 H_{01} 驻波场.

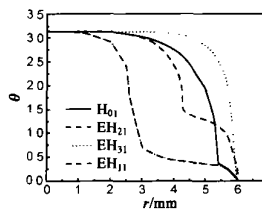


图 8 反射相移与开孔半径的关系

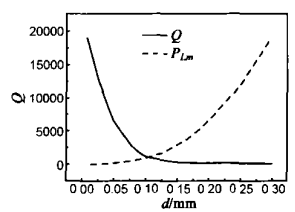


图 9 Q 值及损耗功率 P_{Lm} 与损耗层厚度关系

图 8 为相同频率不同模式的入射波在突变处的反射相移随两端开孔半径变化的曲线. $r=0$, 为封闭式谐振腔, 端面的反射相移为 P ; 当开孔半径 r 较截止半径小得多时, 反射相移随 r 增加缓慢减小, 而开孔半径接近截止半径时, 反射相移快速下降; 开孔半径大于截止半径后, 反射相移下降速率明显降低, 当开孔半径接近腔体半径时, 反射相移趋于 0. 图中相移曲线拐点的横向和纵向坐标与各模式的截止半径及场结构等相关.

图 9 是谐振腔 Q 值, 介质损耗功率 P_{Lm} 与腔内损耗层厚度的关系, 损耗功率 P_{Lm} 随损耗层厚度增加而迅速增加, 与图 6 衰减常数随损耗层厚度的增加而迅速增加相一致, Q 值则

随厚度的增加迅速减小. 因而选取合适的损耗介质, 控制介质层厚度, 可以达到低 Q 谐振腔的设计要求.

计算表明设计的加载损耗介质低 Q 谐振腔内 EH_{212} 和 EH_{311} 的谐振频率分别比工作模式 H_{011} 的谐振频率高约 7% 和 5%, 目前回旋速调放大器带宽不超过 1%, 因而通过加载损耗介质, 进行腔体优化设计, 增加寄生模式的损耗, 完全可以消除低 Q 谐振腔内寄生模式振荡.

4 结论

混合模的场匹配分析为研究加载损耗介质的波导和高频谐振腔奠定了理论基础. 作者通过解析分析导出了有损耗层波导的色散方程及突变结构两侧场展开系数的复线性方程, 编织了数值分析程序, 对回旋速调放大器低 Q 谐振腔进行设计分析和数值计算. 研究了加载损耗介质波导中电波模式, 磁波模式和混合模式的传播特性, 加载损耗介质对谐振腔的谐振特性、Q 值等的影响. 对回旋速调放大器高频腔内可能存在的寄生模式进行分析和数值计算, 在降低谐振腔 Q 值, 增加带宽的同时, 有效地抑制寄生模式, 使回旋速调放大器稳定工作.

参考文献:

- [1] M Blank, B G Danly, et al. Circuit design of a wideband W2band gyrokystron for radar applications [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 1998, 26 (3): 426- 432.
- [2] M Blank, K Felch, et al. Development and demonstration of high power W2band gyroamplifiers for radar applications [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2002, 30 (3): 865- 875.
- [3] M Blank, B G Danly, et al. Experiment demonstration of W2band gyrokystron amplifiers with improved gain and efficiency [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2000, 28 (3): 706- 712.
- [4] B Levush, M Blank, et al. Modeling and design of millimeter wave gyrokystrons [J]. Phys Plasmas Sci, 1999, 6 (5): 2233- 2240.
- [5] E V Zasykin, I G Gachev, et al. Study of a W2band pulsed 200kW gyrokystron amplifier [A]. Conf Dig 24th Int Con Infrared Millimeter Waves [C]. Monterey CA, USA: ICIMW, 1999. W- A2.

- [6] S G Tantawi, W T Main, et al. High power X2band amplification from an overmoded three cavity gyrokystron with a tunable penul penult mate cavity [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 1992, 20 (3): 205- 215.
- [7] M Garven, J P Calame, et al. Experimental studies of a four cavity, 35 GHz gyrokystron amplifier [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2000, 28 (3): 672- 680.
- [8] G S Nusinovich, et al. Gain and bandwidth in stage tuned gyrokystrons and gyrotrons [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 1999, 27 (2): 422- 428.
- [9] M Blank, B G Danly, et al. Circuit design of a wideband W2band gyrokystron amplifier for radar application [J]. IEEE Trans Plasma Sci, 1998, 26 (3): 426- 432.
- [10] J P Calame, et al. Experimental studies of bandwidth and power production in three cavity, 35GHz gyrokystron amplifier [J]. Phy. Plasma, 1999, 6 (1): 285- 297.
- [11] 李宏福, 杜品忠. 突变复合腔回旋管自洽场理论与模拟 [J]. 物理学报, 2000, 49 (2): 312- 317.
- [12] 杨仕文, 李宏福. 突变结构复合腔高频场研究 [J]. 电子学报, 1997, 25 (12): 43- 47.
- [13] 罗勇, 李宏福. 回旋速调管群聚腔研究 [J]. 电子学报, 2003, 31 (6): 19- 22.

作者简介:

罗勇 男, 1965 年 10 月生于四川阆中, 副教授, 2003 年获得电子科技大学物理电子学博士学位, 主要从事光电存储、相对论电子学及高功率回旋器件的研究工作.

李宏福 男, 1936 年 11 月生于四川开县, 教授, 博导, 国务院政府特殊津贴专家, 获国家、部、省级奖十余项, 发表论文 100 余篇, 主要从事相对论电子学、微波电子学、高功率微波等领域的研究工作.

赵青 男, 1964 年 12 月生于四川绵阳, 副教授, 2001 年获得西南核工业研究所博士学位, 主要从事高功率微波研究工作.